

Feladatok¹:

1. Tekintsük a következő állítást:

„Ha egy négyszög tengelyesen szimmetrikus, akkor az a négyszög középpontosan is szimmetrikus.”

a) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja! (2 pont)

Válasz: _____

Indoklás:

b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja! (3 pont)

Állítás megfordítása: _____

Megfordítás igazságértéke: _____

Indoklás:

2. Adott a valós számok halmazán értelmezett f függvény: $x \mapsto (x + 3)^2 - 2$, 25.

a) Mít rendel az f függvény az $x = 1$ -hez? Válasz: _____ (2 pont)

b) Adja meg az f függvény zérushelyeit! Válasz: _____ (4 pont)

Számolás:

c) Az alábbi mondatban húzza alá a megfelelő szót (maximuma vagy minimuma), és egészítse ki a mondatot a pontozott helyeken a hiányzó számokkal úgy, hogy igaz állítást kapjon! (3 pont)

Az f függvénynek az $x = \dots\dots$ helyen ^{maximuma}_{minimuma} van, melynek értéke $\dots\dots$

d) Adja meg az alábbi állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja! (2 pont)

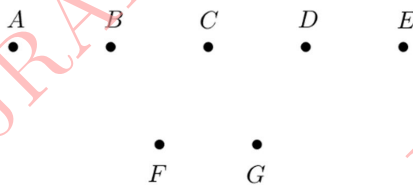
Az f függvény értékkészlete a valós számok halmaza.

Állítás logikai értéke: _____

Indoklás:

¹Az összes feladat helyes megoldásával 45 pont érhető el. A feladatok mellett feltüntetett részpontszámok az érettségi feladatok hivatalos pontértékei; ezek figyelembevételével, arányosítással kerül meghatározásra az elért összpontszám.

3. Az ábrán szereplő A, B, C, D és E pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az F és G pontokra illeszkedő egyenessel.



a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely az ábrán lévő pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
(Adja meg, hogy-hogy jutott a megoldáshoz!) (3 pont)

Válasz: _____

b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait az ábrán szereplő 7 pont közül választjuk ki?
(Két háromszöget különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik csúcsban eltérnek egymástól.) (5 pont)

Válasz: _____

Indoklás/számolás:

4. Oldja meg az alábbi két egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

a) $\cos x \geq \frac{1}{2}$ (3 pont)

Megoldás:

b) $\sqrt{\frac{x}{5} - 4} < 20$ (4 pont)

Megoldás:

5. Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a két dobott szám szorzata 2-vel osztható lesz, de 4-gyel nem! (5 pont)

Megoldás:

6. Igazolja (teljes indukcióval vagy más módszerrel), hogy $4^n + 6n - 1$ minden n pozitív egész szám esetén osztható 9-cel! (7 pont)

Megoldás:

7. Felül nyitott, négyzet alapú egyenes hasáb alakú tárolódobozt készítünk. A doboz alaplappjának anyagköltsége 4 tallér négyzetdeciméterenként, az oldallapok anyagköltsége 3 tallér négyzetdeciméterenként. Az egész doboz anyagköltségére összesen 300 tallér áll rendelkezésre.

Határozza meg a 300 tallérból elkészíthető maximális térfogatú doboz éleinek hosszát!

(8 pont)

Megoldás:

8. Tekintsük azt a háromszöget, amelyeknek a , b és c oldalaira teljesül, hogy (centiméterben mérve) $b = a + 4$ és $c = a + 8$ és legnagyobb szöge 120° . Határozza meg a háromszög oldalainak hosszát! (6 pont)

Megoldás:

9. a) Határozza meg az $a_n = \frac{n+4}{n}$ sorozat határértékét! (3 pont)

b) Igazolja, hogy az a_n sorozat szigorúan monoton csökkenő! (3 pont)

c) Határozza meg azokat az n pozitív egész számokat, amelyekre teljesül, hogy

$$\frac{(n+4)!}{n!} = 24(n+1)(n+3). \quad (5 \text{ pont})$$

d) Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 24(x+1)(x+3)$ függvény grafikonja és az x tengely által közbezárt korlátos síkidom területét! (5 pont)

Megoldás: